



Río Alto Paraguay en Porto Murinho, Mato Grosso do Sul, Brasil, el cual presenta un hidrograma de inundación que dura un año (el máximo posible), claramente la onda de inundación por excelencia.

ONDAS CINEMÁTICAS Y DINÁMICAS: LA DECLARACIÓN DEFINITIVA

Víctor M. Ponce

**Profesor Emérito de Ingeniería Civil y Ambiental
Universidad Estatal de San Diego, California**

1 de febrero de 2025

RESUMEN. Este artículo contrasta las *ondas cinemáticas* y *dinámicas* en el flujo en canal abierto. Las ondas cinemáticas y dinámicas se encuentran cada una en uno de los extremos de la escala de onda, es decir, en el espectro de número de onda adimensional. Las ondas cinemáticas están en el lado izquierdo (valor pequeño), y las ondas dinámicas en el lado derecho (valor grande). Las ondas cinemáticas viajan con una celeridad constante y no son difusivas. Las ondas dinámicas viajan con una celeridad constante y tampoco son difusivas. Las ondas *cinemático-dinámicas mixtas* viajan con una celeridad que varía con el número de onda adimensional, y esta propiedad les da la capacidad de atenuarse. En ciertos casos, estas ondas *cinemático-dinámicas mixtas* pueden ser tan fuertemente disipativas que desafíen el cálculo por

completo. Las ondas de difusión se encuentran entre las ondas *cinemáticas* y las ondas *cinemático-dinámicas mixtas*, en términos de escala relativa. Se ha demostrado que las ondas de difusión son ligeramente difusivas; por lo tanto, son admirablemente adecuadas para el modelado de ondas de inundación.

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo contrasta las ondas *cinemáticas* y *dinámicas* en el flujo en canal abierto. El objetivo es comprender estos conceptos a fondo, para facilitar su uso más amplio en la práctica de la ingeniería hidráulica. Las ondas cinemáticas y dinámicas se encuentran cada una en uno de los extremos de la escala de ondas, es decir, el espectro de números de onda adimensional. Las ondas cinemáticas están en el lado izquierdo (valor pequeño) y las ondas dinámicas en el lado derecho (valor grande). Tomados por sí solos, estos dos conceptos son mutuamente excluyentes; una onda es cinemática o es dinámica. Hacia la mitad de la escala, una onda que no es ni cinemática ni dinámica puede interpretarse como una onda *cinemático-dinámica mixta*, a falta de un mejor término. La celeridad variable hace que estas ondas sean difusivas, desde ligeramente hasta extremadamente difusivas.

2. ESCALA DE ONDAS

La "escala" de la onda es lo que determina si una onda es cinemática o dinámica. En este contexto, "escala" no se refiere al valor absoluto del número de onda, definido de otra manera como $\sigma = 2\pi/L$, sino más bien a su valor **relativo**, o *número de onda adimensional*, definido como $\sigma_* = 2\pi(L_o/L)$.

La cantidad L_o es la *longitud de referencia*, es decir, la distancia horizontal, a lo largo del canal, en la cual el flujo de equilibrio cae una altura igual a su profundidad (**Ponce y Simons, 1977**).

El efecto del número de onda adimensional es reducir sustancialmente el número de órdenes de magnitud necesarios para el análisis. En efecto, la Fig. 2 muestra la variación de las celeridades de ondas relativas adimensionales c_{r*} graficadas en sólo seis (6) órdenes de magnitud de números de ondas adimensionales σ_* (0.001 a 1000).

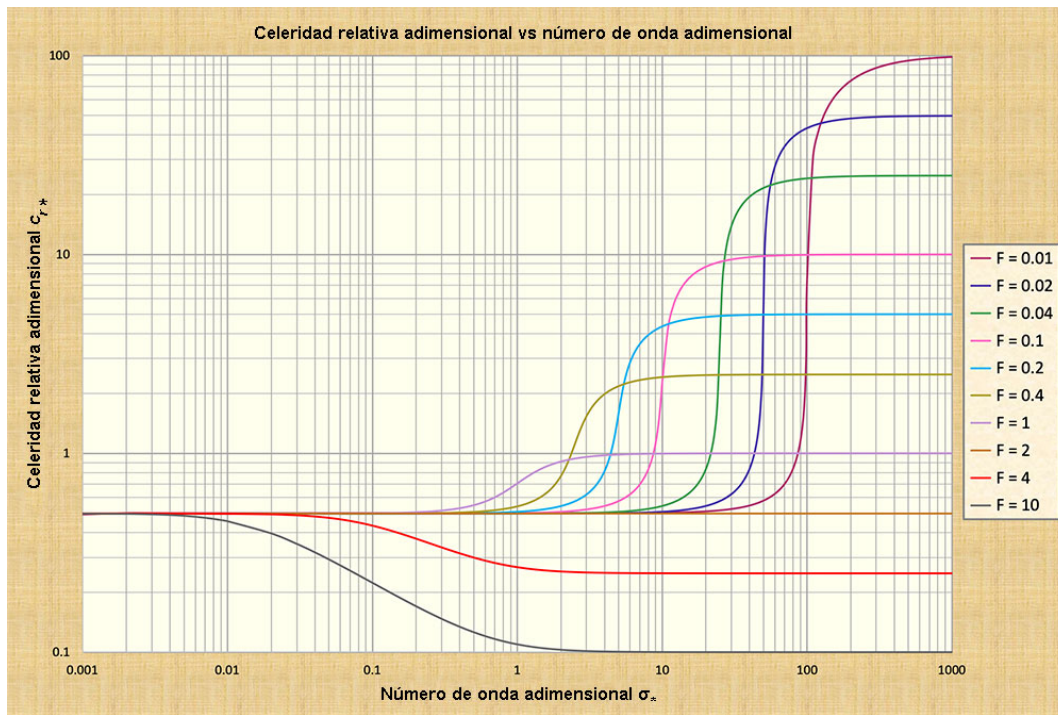


Fig. 1 Celeridad de onda relativa adimensional c_{r*} vs número de onda adimensional σ_* .

3. ONDAS CINEMÁTICAS

Cuadro A. Para facilitar la comprensión de esta sección, definimos los siguientes términos:

1. Profundidad del flujo de equilibrio d_o
2. Velocidad del flujo de equilibrio u_o
3. Pendiente del fondo del canal S_o
4. Longitud de onda L
5. Número de onda $\sigma = 2\pi / L$
6. Longitud de referencia del canal $L_o = d_o / S_o$
7. Número de onda adimensional $\sigma_* = 2\pi (L_o / L)$
8. Celeridad de onda (velocidad de la perturbación) c
9. Celeridad relativa de la onda (celeridad de la onda relativa al flujo) $c_r = c - u_o$
10. Celeridad de onda relativa adimensional $c_{r*} = c_r / u_o$

La Figura 1 muestra la gráfica de las celeridades de onda relativas adimensionales a lo largo del espectro de números de onda adimensionales, desde muy pequeñas, correspondientes a ondas cinemáticas ($\sigma_* = 0.001$), hasta muy grandes, correspondientes a ondas dinámicas ($\sigma_* = 1000$) (Ponce y Simons, 1977).

Nótese que a lo largo del espectro de números de ondas adimensionales σ_* , la celeridad de onda relativa adimensional c_{r*} es una constante e igual a $c_{r*} = 0.5$ sólo para el número de Froude $\mathbf{F} = 2$. Notamos específicamente que esta condición de flujo corresponde a la fricción de Chezy en un canal hidráulicamente ancho (véase **Cuadro B** abajo) (Ponce y Simons, 1977). Ésta es la condición física para la cual todas las escalas de onda viajan con la misma celeridad, lo que representa el inicio de la estabilidad/inestabilidad del flujo: estabilidad para $\mathbf{F} < 2$, e inestabilidad $\mathbf{F} > 2$. Nótese que la condición de flujo para la cual $\mathbf{F} = 2$ se conoce como flujo neutralmente estable. Además, se puede demostrar que la condición del número de Froude $\mathbf{F} = 2$ es equivalente al número de Vedernikov $\mathbf{V} = 1$, reforzando así los hallazgos del análisis de propagación de ondas (Ponce, 1991).

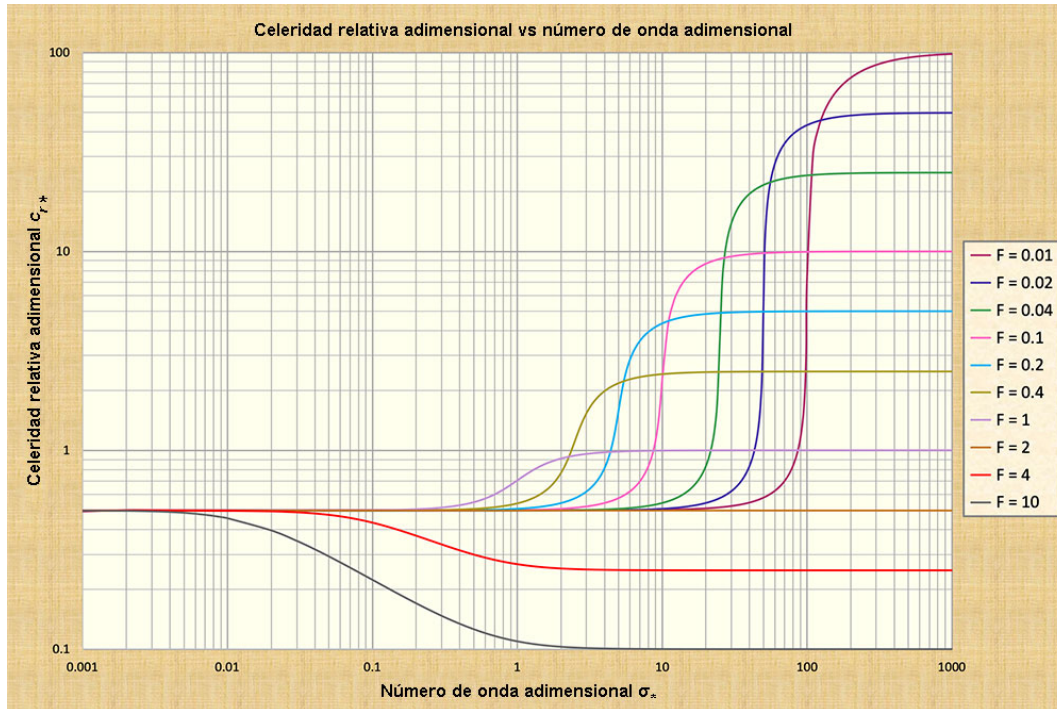


Fig. 1 Celeridad de onda relativa adimensional c_{r*} vs número de onda adimensional σ_* .

Un examen más detallado de la Fig. 1 revela que las *ondas cinemáticas* están posicionadas a la izquierda de la figura, de manera asintótica al valor constante $c_{r*} = 0.5$ en el extremo izquierdo de la figura, la cual corresponde a la celeridad relativa adimensional de la onda cinemática para la fricción de Chezy en un canal hidráulicamente ancho (Ponce, 2014).

El concepto de celeridad de onda cinemática, que es similar al de celeridad de onda de inundación, se debe a Seddon (1900), quien fue el primero en derivar la fórmula que lleva su nombre. En el siguiente recuadro se incluyen expresiones relacionadas.

Cuadro B. Expresiones para la celeridad de onda cinemática, celeridad de onda de Seddon o celeridad de onda de inundación.

1. Caudal Q
2. Área de flujo A

3. Velocidad media de flujo: $u_o = Q / A$
4. Nivel de la superficie y
5. Ancho superior del canal T
6. Diferencial del área de flujo: $dA = T dy$
7. Ecuación de la curva de gasto caudal-área : $Q = \alpha A^\beta$
8. Pendiente de la curva de gasto caudal-área: $dQ / dA = \alpha \beta A^{\beta-1} = \beta Q / A = \beta u_o$
9. Celeridad de Seddon, o celeridad de onda de inundación $c = dQ / dA = (1/T) (dQ / dy) = \beta u_o$
10. Valor de β aplicable para la fricción de Chezy en canales hidráulicamente anchos: $\beta = 1.5$
11. Celeridad relativa de la onda de inundación (para la fricción de Chezy en un canal hidráulicamente ancho): $c_r = 1.5 u_o - u_o = 0.5 u_o$
12. Celeridad de onda cinemática relativa adimensional (para la fricción de Chezy en un canal hidráulicamente ancho): $c_{r*} = 0.5$

Reiteramos que las ondas cinemáticas existen, aunque admitámoslo sólo como una aproximación conveniente, típicamente en el lado izquierdo del espectro adimensional de números de onda. Corresponden a una gran clase de ondas de inundación, particularmente aquellas que están sujetas a muy poca (o, de lo contrario, insignificante) atenuación. También pueden aparecer en el modelado de flujo sobre el terreno, en el cual las pendientes de fondo predominantes son lo suficientemente grandes como para propiciar una condición de flujo cinemático y las ondas cinemáticas resultantes (Woolhiser y Liggett, 1967). El trabajo de **Seddon (1900)**, seguido por el de **Lighthill y Whitham (1955)**, han constituido hitos importantes en el avance de las aplicaciones de las ondas cinemáticas en la ingeniería hidráulica.

4. ONDAS DINÁMICAS

Las ondas dinámicas se encuentran a la derecha del espectro de números de onda adimensionales, y las celeridades de onda relativas adimensionales son constantes a lo largo de los números de onda adimensionales y son una función del número de Froude del flujo de equilibrio, correspondiendo celeridades menores a números de Froude mayores, y viceversa; por ejemplo, $c_{r*} = 1$ se asocia con $F = 1$; y $c_{r*} = 100$ se asocia con $F = 0.01$. Claramente, la celeridad de onda dinámica es de hecho una función del número de Froude del flujo de equilibrio, una situación que no era el caso de la onda cinemática.

Cuadro C. Para calcular los valores de las celeridades de las ondas dinámicas, definimos los siguientes términos:

1. Profundidad de flujo de equilibrio d_o
2. Velocidad de flujo de equilibrio u_o
3. Aceleración gravitacional g

4. Celeridad de onda dinámica o celeridad de Lagrange (dos componentes) $c_d = u_o \pm (g d_o)^{1/2}$
5. Celeridad de onda dinámica relativa (relativa al flujo) $c_{rd} = \pm (g d_o)^{1/2}$
6. Celeridad de onda dinámica relativa adimensional $c_{drd} = \pm (g d_o)^{1/2} / u_o$
7. Número de Froude del flujo de equilibrio $F_o = u_o / (g d_o)^{1/2}$
8. Celeridad de onda dinámica relativa adimensional $c_{drd} = 1 / F_o$

La Figura 1 muestra los valores de las celeridades de onda *dinámicas relativas adimensionales* c_{drd} que se encuentran a la derecha. Por ejemplo, utilizando la última definición de c_{drd} (etiquetada con 8 en el **Cuadro C** anterior), se deduce que: (a) para $F_o = 0.01$, $c_{drd} = 100$; (b) para $F_o = 0.02$, $c_{drd} = 50$; y (c) for $F_o = 0.04$, $c_{drd} = 25$; y así sucesivamente.

Hemos demostrado que la Fig. 1 representa correctamente los valores de las celeridades dinámicas relativas adimensionales o *de Lagrange*, Por lo tanto, demostramos que la Fig. 1 abarca *tanto* las ondas cinemáticas como las dinámicas, es decir, las ondas dinámicas se encuentran a la derecha del número de onda adimensional σ_* . En este lugar, las celeridades de onda dinámicas relativas adimensionales son una función del número de Froude del flujo de equilibrio.

Según **Ponce y Simons (1977)**, la atenuación de una onda dinámica es cero, es decir, las ondas dinámicas no están sujetas a disipación, al menos en un análisis unidimensional. Esta conclusión se desprende directamente de la Fig. 1, porque en el rango dinámico aplicable, hacia el extremo derecho de la figura, se muestra que la celeridad de la onda es constante y, por lo tanto, independiente de la escala. Esta conclusión confirma que una onda dinámica no está sujeta a atenuación. Entonces, una onda dinámica es una onda superficial comparativamente pequeña, la cual presenta un número de onda adimensional correspondientemente grande, la cual viaja a una celeridad relativa adimensional que es el recíproco del número de Froude del flujo de equilibrio, y no está sujeta a atenuación.

Las ondas dinámicas existen, aunque sólo como una aproximación conveniente, por lo general en el lado derecho del espectro de número de onda adimensional. Corresponden a una clase de ondas superficiales relativamente cortas, en particular aquéllas que están sujetas a una atenuación muy pequeña o insignificante.

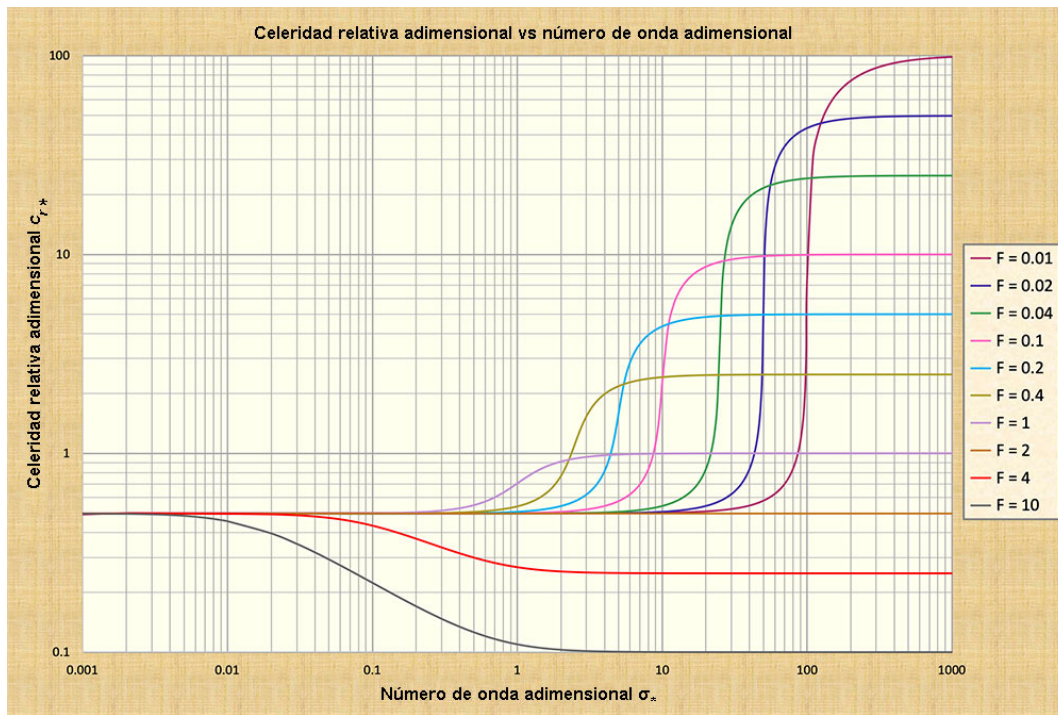


Fig. 1 Celeridad de onda relativa adimensional c_{r*} vs número de onda adimensional σ_* .

5. ONDAS CINEMÁTICO-DINÁMICAS MIXTAS

Las ondas cinemáticas se encuentran a la izquierda del espectro de números de onda adimensional, mientras que las ondas dinámicas se encuentran a la derecha; ninguna de ellas esté sujeta a atenuación. Esto se debe a la constancia de las respectivas celeridades dentro del rango de análisis especificado. La atenuación de las ondas se debe a la *variación de la celeridad de grupo*, que alcanza un valor máximo, dependiendo del número de Froude, hacia (la derecha de) los números de onda adimensionales de rango medio. Cuanto mayor sea la variabilidad de la celeridad (con el número de onda adimensional), mayor será la atenuación de la onda, que se muestra que aumenta con los números de Froude; ver Fig. 1 y 2. La atenuación de las ondas alcanza un pico en un valor de número de onda adimensional σ_* correspondiente al punto de inflexión en la curva celeridad-número de onda.

Concluimos que hacia la mitad del espectro de número de onda adimensional, la atenuación de onda es máxima, mientras que hacia los extremos, tanto izquierdo como derecho, es mínima (Fig. 2). Por lo tanto, conclusiones similares se aplican a la amplificación de onda, como se observa en la Fig. 3.

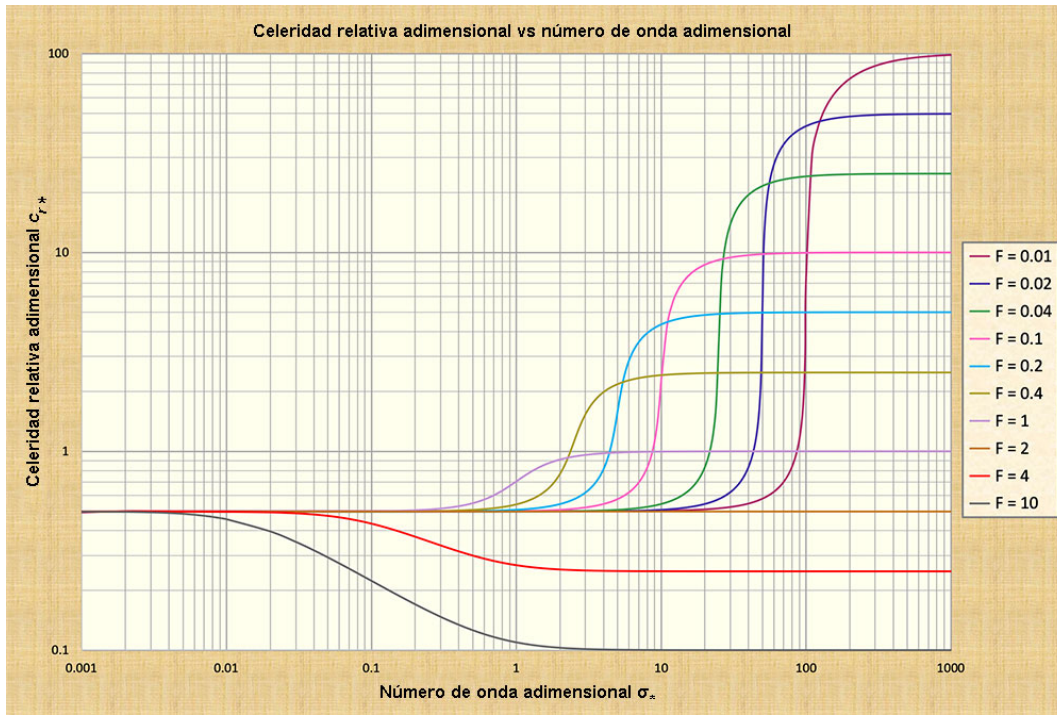


Fig. 1 Celeridad de onda relativa adimensional c_{r*} vs número de onda adimensional σ_* .

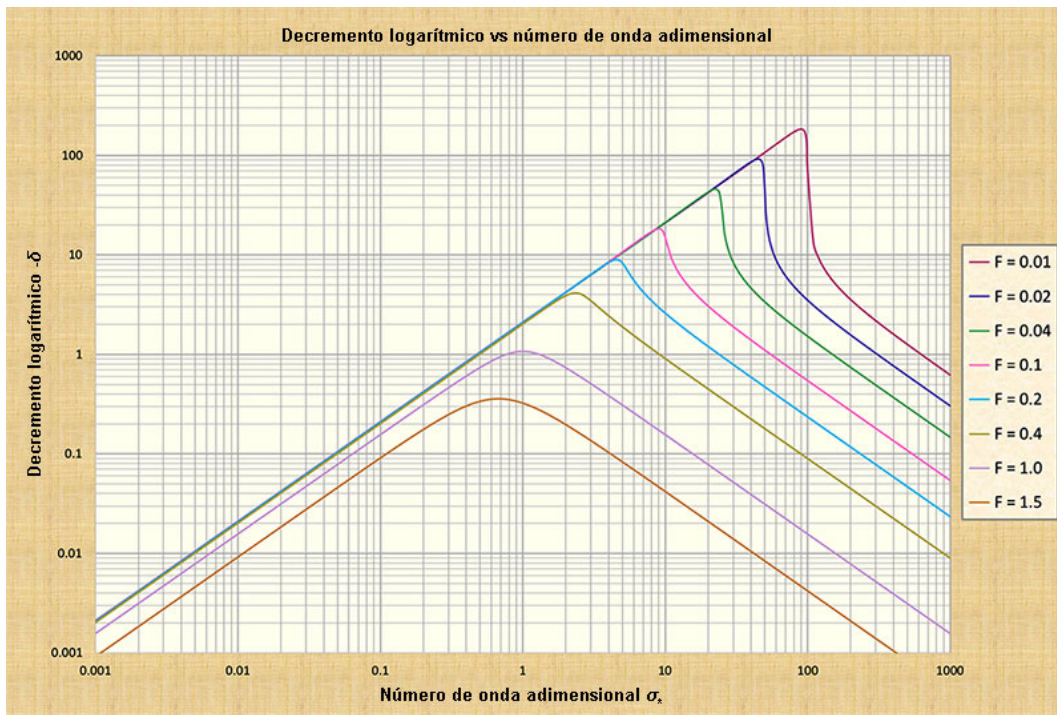


Fig. 2 Decremento logarítmico $-\delta$ vs número de onda adimensional σ_* para $F < 2$.

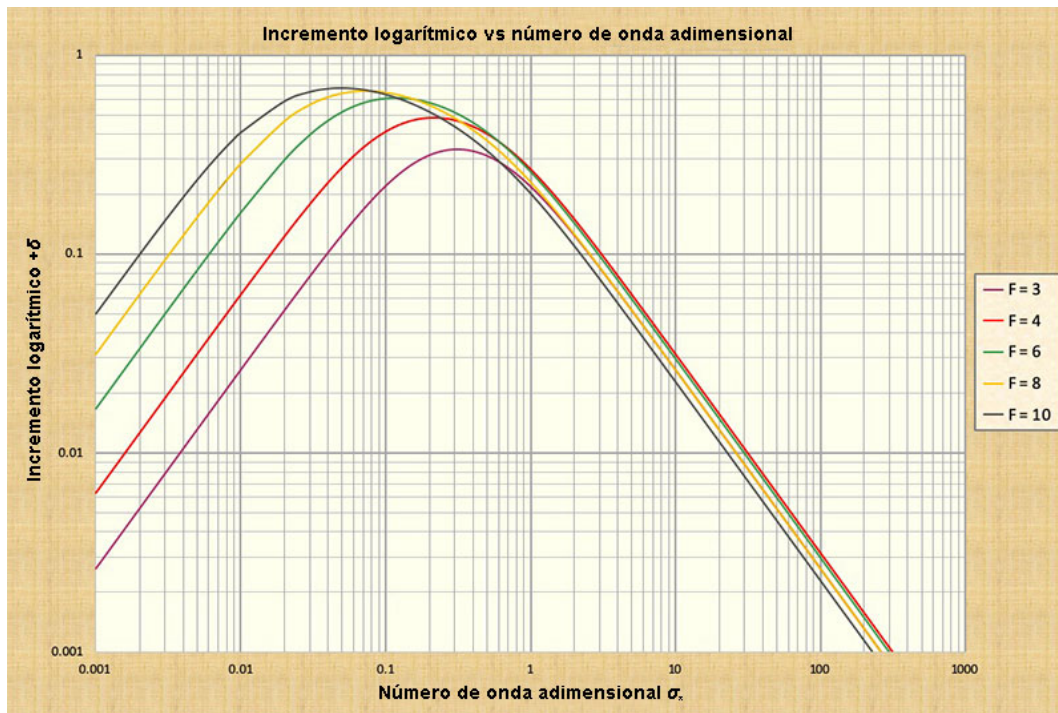


Fig. 3 Incremento logarítmico $+\delta$ vs número de onda adimensional σ_* para $F > 2$.

Por lo tanto, las ondas cinemático-dinámicas mixtas están sujetas a una atenuación variable, desde leve a muy fuerte, y la cantidad de atenuación varía con el valor del número de onda adimensional, en relación con la ubicación del punto de inflexión en la curva de celeridad-número de onda. En ciertos casos, la onda cinemático-dinámica mixta puede ser tan fuertemente disipativa que desafíe por completo el cálculo. Esta situación fue admirablemente descrita por [Lighthill y Whitham \(1955\)](#) en su tratado seminal sobre las ondas cinemáticas:

"... En algunas aplicaciones, incluido el caso de las ondas de inundación, las ondas cinemáticas y las ondas dinámicas son posibles juntas. Sin embargo, las ondas dinámicas (*sic*) tienen una velocidad de onda mucho mayor y también una atenuación rápida. Por lo tanto, aunque cualquier perturbación envía alguna señal aguas abajo a la velocidad de onda ordinaria para ondas de gravedad largas [nótese que, en el presente contexto, éstas son las ondas dinámicas de Lagrange], esta señal es demasiado débil para ser notada a una distancia considerable aguas abajo, y la señal principal llega en forma de onda cinemática a una velocidad mucho más lenta." (op. cit., página 285).

Para finalizar, queremos señalar que nuestras "ondas cinemático-dinámicas mixtas" han sido, durante los últimos 50 años, simplemente denominadas "ondas dinámicas", lo cual ha contribuido a la confusión semántica (Fread, 1985).

6. ONDAS DE DIFUSIÓN

Habiendo establecido de manera concluyente que ni las ondas cinemáticas ni las dinámicas se atenúan, y por el contrario, que las ondas cinemático-dinámicas mixtas podrían estar sujetas a una atenuación muy fuerte, presentamos aquí otro tipo de onda intermedia, que, dependiendo del valor del número de onda adimensional, se encuentra entre las ondas cinemáticas y las ondas

cinemático-dinámicas mixtas. Esta onda es propiamente una *onda cinemática con difusión*, para seguir a **Lighthill y Whitham (1955)**, o, más concisamente, una onda de *difusión*, para seguir a **Ponce y Simons (1977)**. Se define incluyendo, en la definición de onda, el término de gradiente de presiones. Este último actúa para producir la difusión, que está patentemente ausente de la onda cinemática propiamente dicha, como se muestra en la siguiente tabla.

<i>Tipo de onda / Término incluido</i>	Fricción y gravedad	Gradiente de presiones	Inercia	Difusión de onda
<i>1. Cinemática</i>	✓			No
<i>2. Difusión</i>	✓	✓		Si
<i>3. Cinemático-dinámica mixta</i>	✓	✓	✓	Si
<i>4. Dinámica</i>		✓	✓	No

Concluimos que la difusión de onda se produce por: (1) la interacción del término de gradiente de presiones con los términos de fricción y gravedad, como en la onda de difusión; o (2) por la interacción de todos los (cuatro) términos en la ecuación de movimiento, es decir, como en la onda cinemático-dinámica mixta.

La difusión de la onda de difusión se describe por el decremento logarítmico $\delta = -2 \pi (\sigma_* / 3)$, que es aplicable sólo dentro del rango de números de onda adimensionales en el cual la onda de difusión es predominante, es decir, dentro de un rango estrecho entre el de las ondas cinemáticas (extremo izquierdo de la figura) y el de las ondas cinemático-dinámicas mixtas (hacia el centro-derecha de la figura) (**Ponce y Simons, 1977**).

Las ondas de difusión resultan ser más comunes que las ondas cinemáticas o las ondas cinemático-dinámicas mixtas y, por lo tanto, esto ayuda a explicar su creciente popularidad en aplicaciones prácticas. Las ondas cinemáticas no se atenúan, y las ondas cinemático-dinámicas mixtas pueden, de hecho, atenuarse *demasiado*. Las ondas de difusión encuentran su mejor aplicación demostrable en el enrutamiento de ondas de inundación, que normalmente están sujetas a cierta atenuación, pero no demasiada.

7. RESUMEN

Se analizan y comparan varios tipos de ondas en aguas someras en el flujo en canales abiertos en relación con su celeridad y propiedades de atenuación. Estas ondas son: (1) ondas cinemáticas, (2) ondas dinámicas, (3) ondas cinemático-dinámicas mixtas y (4) ondas de difusión.

Las ondas cinemáticas se propagan con una celeridad constante y no son difusivas. La celeridad constante de las ondas cinemáticas se conoce en la literatura de tránsito de inundaciones como "celeridad de Seddon".

Las ondas dinámicas se propagan con una celeridad constante y no son difusivas. La celeridad constante de las ondas dinámicas se denomina "celeridad de Lagrange" y se aplica a las ondas

"cortas" en el flujo en canal abierto.

Las ondas cinemático-dinámicas mixtas se propagan con una celeridad que varía con el número de onda adimensional, y esta propiedad les confiere la capacidad de difundirse, es decir, de atenuarse o disiparse. En ciertos casos, estas ondas cinemático-dinámicas mixtas pueden ser tan fuertemente disipativas que desafien por completo el cálculo.

Las ondas de difusión se encuentran en un punto intermedio entre las ondas cinemáticas y las ondas cinemático-dinámicas mixtas, en términos de escala relativa. Estas ondas se propagan aproximadamente con la celeridad de Seddon y se ha demostrado que son ligeramente difusivas; por lo tanto, son admirablemente adecuadas para el modelado de ondas de inundación.

BIBLIOGRAFÍA

Fread, D. L. 1985. "Channel Routing," in Hydrological Forecasting, M. G. yerson y T. P. Burt, eds. New York: John Wiley.

Ponce, V. M. y D. B. Simons. 1977. **Shallow wave propagation in open channel flow**. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 103(12), 1461-1476.

Ponce, V. M. 1991. **New perspective on the Vedernikov number**. *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 7, 1777-1779, July.

Ponce, V. M. 2014. **Fundamentals of Open-channel Hydraulics**. Online text.

Seddon, J. A. 1900. **River hydraulics**. *Transactions, ASCE*, Vol. XLIII, 179-243, June.

Woolhiser, D. A. y J. A. Liggett. 1967. Unsteady one-dimensional flow over a plane: The rising hydrograph. *Water Resources Research*, Vol. 3, 753-771.
