



WaterArchives.org

Fig. 1 Falla de la presa Teton, en el río Teton, al este de Idaho, el 5 de junio de 1976; posiblemente un caso raro de la ocurrencia de una onda cinemático-dinámica mixta.

ONDAS CINEMÁTICO-DINÁMICAS MIXTAS DESBANCADAS

Víctor M. Ponce

Profesor Emérito de Ingeniería Civil y Ambiental

Universidad Estatal de San Diego, California

22 agosto 2025

RESUMEN. Respondemos a la pregunta de si la onda cinemático-dinámica mixta es en general demasiado difusiva para ser considerada una onda de inundación para uso práctico. Demostramos que en la gran mayoría de los casos, estas ondas mixtas no están allí para ser calculadas. Su tamaño típico mediano las obliga a atenuarse muy rápidamente, uniéndose su masa a la onda cinemática o difusiva subyacente, que continúa creciendo tanto en tamaño como en permanencia a medida que se propaga aguas abajo. Dado que una onda difusiva calcula la difusión, incluido el caso de difusión nula, está claro que la solución de una onda difusiva incluye la de una onda cinemática. Por lo tanto, la onda difusiva es la onda de inundación por excelencia, es decir, el tipo de onda indicado para uso general en aplicaciones prácticas de enrutamiento de inundaciones.

1. INTRODUCCIÓN

En el modelamiento de ondas de inundación, a menudo la primera pregunta que se presenta es la siguiente: ¿Qué tipo de onda debo utilizar? Al respecto, observamos que las ondas cinemáticas y difusivas están ya bien establecidas en la práctica. Por otro lado, reconocemos que las ondas dinámicas de Lagrange no se prestan generalmente a aplicaciones de ondas de inundación. La pregunta persiste: ¿Qué tan buenas son las ondas cinemático-dinámicas mixtas postuladas en forma preeminente en la obra de **Fread**? Nos referimos específicamente a la solución numérica de las ecuaciones completas de St. Venant para resolver el flujo no permanente en canales abiertos en una dimensión espacial.

Durante los últimos cincuenta años, el enfoque que parece haber prevalecido en algunos sectores de la ingeniería hidráulica es el siguiente: "Olvédemosnos de los distintos tipos de ondas; utilicemos la solución completa de las ecuaciones de St. Venant en todas las aplicaciones y dejemos que la computadora haga los cálculos". Observamos que la teoría y la práctica han confirmado que este enfoque es generalmente fútil. La teoría indica todo lo contrario; además, las aplicaciones prácticas confirman la miopía de colocar todos los huevos en una sola canasta. En este trabajo, nos esforzamos por desacreditar la noción de que la onda cinemático-dinámica mixta debiera ser la única forma de modelar la propagación de ondas de inundación.

Nuestro objetivo es mostrar que el uso exclusivo de ondas mixtas es, en el mejor de los casos, inútil, y en el peor, incorrecto, siendo muy probable que lleve a pérdida de tiempo y recursos. En un esfuerzo por propiciar la claridad, en la siguiente sección enumeramos los diferentes tipos de ondas que se utilizan actualmente, a la vez que detallamos su naturaleza y propiedades.

2. TIPOS DE ONDAS

En el flujo unidimensional no permanente en canales abiertos se utilizan generalmente los siguientes tipos de ondas: (1) cinemática; (2) difusiva; (3) mixta; y (4) dinámica. Las ondas cinemáticas excluyen los términos de inercia y gradiente de presiones; las ondas difusivas excluyen sólo los términos de inercia; las ondas mixtas no excluyen ningún término, y las ondas dinámicas excluyen los términos de fricción y gravedad (Tabla 1). Los términos excluidos se eliminan porque se asume que son demasiado pequeños para afectar materialmente las propiedades de la onda en cuestión.

Tabla 1. Tipos de ondas en el flujo unidimensional no permanente en canales abiertos.						
No.	Tipo de onda	Términos que participan en la descripción de la onda.				
		Inercia local	Inercia convectiva	Gradiente de presiones	Fricción	Gravedad
1	Cinemática				✓	✓
2	Difusiva			✓	✓	✓

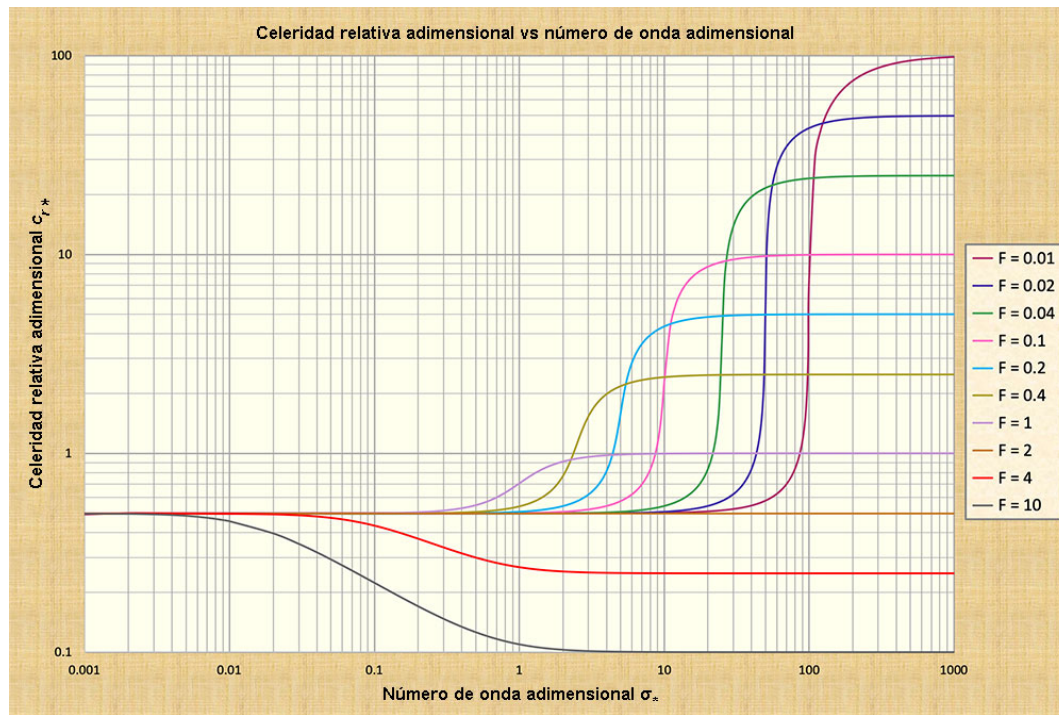
3	Mixta	✓	✓	✓	✓	✓
4	Dinámica	✓	✓	✓		

3. PROPIEDADES DE LAS ONDAS

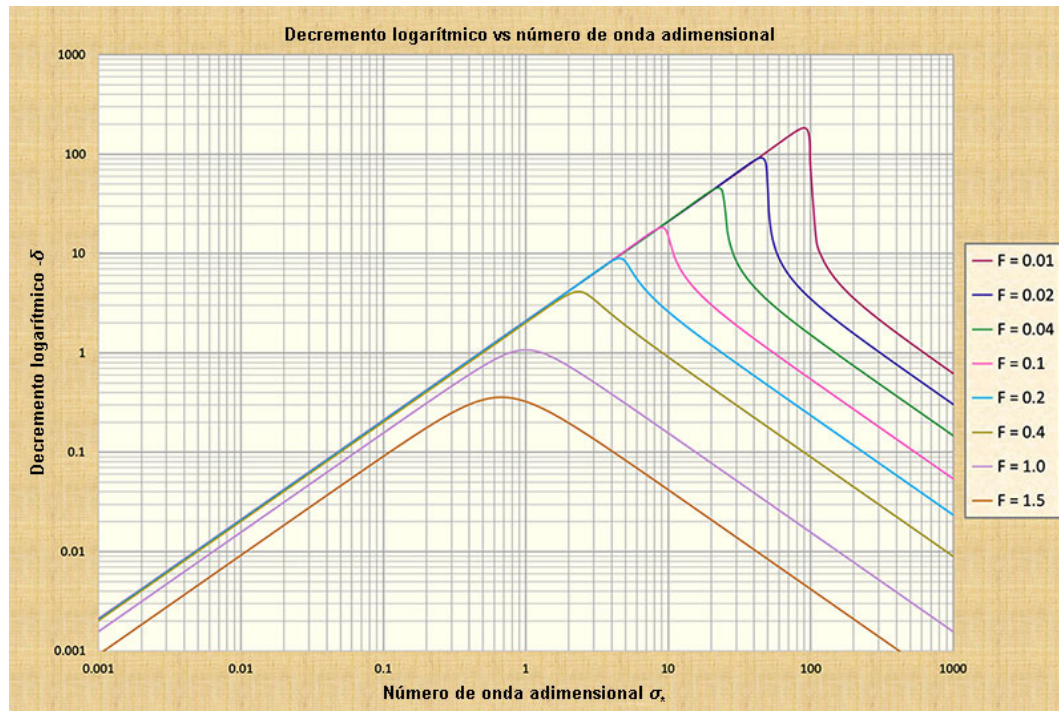
Ponce y Simons (1977) han examinado detalladamente las propiedades de los diversos tipos de ondas (Figs. 2 y 3). Ellos utilizaron la teoría de la estabilidad lineal para determinar las funciones de celeridad y atenuación para las siguientes ondas: (1) cinemáticas, (2) difusivas, (3) mixtas, y (4) dinámicas. El elemento unificador es sin duda alguna el número de onda adimensional σ_* , definido multiplicando el número de onda aplicable ($2\pi/L$) por la longitud del canal de referencia L_0 , es decir, la longitud del canal que le tomaría al flujo de equilibrio perder una carga igual a su profundidad.

Las ondas cinemáticas son las de Seddon (1900), mientras que las ondas dinámicas son las de Lagrange (1788). Las ondas cinemático-dinámicas mixtas, a las que aquí referimos simplemente como *ondas mixtas*, son aquellas que se encuentran hacia el centro-derecha del espectro del número de onda adimensional (Fig. 2). Estas ondas aparecieron en los modelos numéricos desarrollados a partir de la década de 1970 para resolver las ecuaciones completas de St. Venant; véase, por ejemplo, Fread (1985). Estos modelos han sido ampliamente denominados modelos de "ondas dinámicas", aunque lo inapropiado del nombre ha causado confusión con las ondas dinámicas de Lagrange (1788), establecidas desde hace más de dos siglos.

Las ondas difusivas se encuentran a la derecha de las ondas cinemáticas y a la izquierda de las ondas mixtas en el espectro del número de onda adimensional (Fig. 2). A diferencia de las ondas cinemáticas, que presentan difusión cero, las ondas difusivas tienen una cantidad de difusión pequeña pero perceptible. Sin embargo, esta difusión es pequeña en comparación con la de las ondas mixtas (Fig. 3). Observamos que la inclusión del término gradiente de presiones (Tabla 1) es directamente responsable por la difusión.



Ponce y Simons (1977)

Fig. 2 Celeridad de onda relativa adimensional c_{r*} vs número de onda adimensional σ_* .

Ponce y Simons (1977)

Fig. 3 Decremento logarítmico $-\delta$ vs número de onda adimensional σ_* .

La Figura 2 muestra que las ondas cinemáticas de Seddon, que se encuentran hacia la izquierda del espectro del número de onda adimensional, presentan una celeridad constante y, por lo tanto, no son difusivas. Siguiendo el mismo razonamiento, las ondas dinámicas de Lagrange, situadas hacia la derecha de la Fig. 2, tampoco son difusivas. Sin embargo, se muestra que las ondas mixtas, que se encuentran hacia el centro-derecha y que muestran una celeridad altamente variable, son fuertemente difusivas. La cantidad de difusión, caracterizada por el decremento logarítmico δ , varía con el número

de Froude predominante (Fig. 3) (Wylie, 1966). Una mayor difusión corresponde a números de Froude más bajos, siempre que este último permanezca por debajo del valor umbral $F = 2$, aplicable para la fricción de Chezy en canales hidráulicamente anchos (Figs. 2 y 3).

4. ONDAS CINEMÁTICAS

De hecho, una onda cinemática puede considerarse como la onda de inundación *veritas*. La teoría nos dice que una onda cinemática no se atenúa. La experiencia práctica indicaría que si una onda se atenúa muy rápidamente, lo más probable es que no se trate de una onda de inundación. Matemáticamente, consideramos que la constancia de la celeridad de la onda, en un rango específico de pequeños números de onda adimensionales ($0,001 \leq \sigma_* \leq 0,01$), es una indicación segura de la presencia de una onda cinemática (Ponce y Simons, 1977). Las ondas cinemáticas se difusionan (atenúan) de forma imperceptible, o no se difusionan en absoluto. Sin embargo, pueden sufrir cambios de forma debido a no linealidad, siendo esta última un proceso por el cual diferentes caudales (diferentes niveles de flujo) viajan con diferentes celeridades (Ponce y Windingland, 1985).

En este momento, parece conveniente citar a Lighthill y Whitham (1955), quienes establecieron las bases de la teoría de las ondas cinemáticas. Observaron con atención lo siguiente (op, cit, p. 285): "En algunas aplicaciones, incluido el caso de las ondas de inundación, las ondas cinemáticas y las ondas dinámicas son posibles juntas. Sin embargo, las ondas dinámicas tienen una velocidad de onda mucho mayor y también una atenuación rápida. Por lo tanto, aunque cualquier perturbación envía alguna señal río abajo a la velocidad de onda ordinaria para ondas de gravedad largas [sic], esta señal es demasiado débil para ser notada a una distancia considerable río abajo, y la señal principal llega en forma de onda cinemática a una velocidad mucho más lenta".

5. ONDAS DIFUSIVAS

A diferencia de las ondas cinemáticas, las ondas difusivas están sujetas a una pequeña cantidad de difusión. Se encuentran inmediatamente a la derecha de las ondas cinemáticas en el espectro de números de onda adimensionales, propiamente dentro del rango $0,01 \leq \sigma_* \leq 0,17$ (Fig. 2) (Ponce, 2024). El valor $\sigma_* = 0,01$ representa un 2,1% de difusión de ondas, ciertamente una cantidad relativamente pequeña, mientras que el valor $\sigma_* = 0,17$ representa un 30% de difusión. Este último se considera un límite (vale decir *umbral*) entre las ondas difusivas, a la izquierda, y las ondas mixtas, a la derecha (Natural Environment Research Council, 1975).

Las ondas de inundación típicas se difusionan un tanto; entonces, las ondas difusivas son un modelo apropiado de propagación de ondas de inundación. Complementan muy bien a las ondas cinemáticas, aunque encuentran su mejor aplicación en los casos en que la difusión de las ondas es apreciable, forzando la necesidad de su cálculo. Sin embargo, surge el siguiente problema: Los modelos numéricos de ondas cinemáticas convencionales muestran de hecho cierta cantidad de difusión. Esta difusión es artificial y no está relacionada con la difusión que se produciría si la onda fuera una onda difusiva real. Por lo tanto, el procedimiento es incierto en lo que respecta a la verdadera cantidad de difusión. La difusión artificial en cuestión, de hecho la *difusión numérica*, surge de la naturaleza intrínseca discreta de la cuadrícula y la falta de convergencia asociada con este hecho.

La cuestión de cómo manejar mejor la difusión numérica ha sido resuelta por **Cunge (1969)**, quien propuso una coincidencia de la difusión numérica del esquema mismo con la difusión física de la ecuación de la onda cinemática con difusión, es decir, la ecuación de la onda difusiva. Este desarrollo llevó al método Muskingum-Cunge de enrutamiento de inundaciones, una alternativa de base física al clásico método Muskingum (**Ponce, 2014a**).

6. ONDAS DINÁMICAS

Las ondas dinámicas clásicas son las de Lagrange (1788). Más recientemente, Fread (1985) y otros se han referido a las ondas cinemático-dinámicas mixtas como ondas "dinámicas", mientras que aquí nos referimos a ellas simplemente como ondas "mixtas". La confusión semántica es realmente desafortunada. En un intento de contribuir a solucionar este problema, aquí utilizamos el adjetivo "dinámico" para referirnos únicamente a las ondas de Lagrange.

Las ondas dinámicas presentan una celeridad de onda constante para el número de onda adimensional $\sigma_* \geq 100$ para la mayoría de los números de Froude, y $\sigma_* \geq 1000$ para todos los números de Froude (Fig. 2). Esto significa de manera concluyente, como en el caso de las ondas cinemáticas, que las ondas dinámicas de Lagrange no están sujetas a difusión.

Está claro que las ondas dinámicas de Lagrange no son las típicas ondas de inundación. Su tamaño es demasiado pequeño para constituir un verdadero riesgo. Su aplicación se limita a la propagación de ondas cortas en canales de irrigación y fuerza eléctrica, en los cuales la escala de la perturbación es tal que típicamente la onda puede percibirse a simple vista. A diferencia de las ondas de inundación, que son ondas de masa que presentan una sola onda que viaja aguas abajo, las ondas dinámicas clásicas son ondas de energía, que presentan dos ondas que viajan en direcciones opuestas en flujo subcrítico, y en una sola dirección (aguas abajo) en flujo supercrítico.

A modo de reiteración, nos permitimos aquí hacer un comentario sobre la verdadera causa de la difusión de las ondas. La difusión se produce por la interacción del gradiente de presiones con los términos de fricción y gravedad (Tabla 1, Fila 2). Definida de manera más precisa, la difusión se produce por la interacción de los términos no cinemáticos (inercia y/o gradiente de presiones), con los términos cinemáticos (fricción y gravedad) (Tabla 1, Fila 3) (**Ponce, 1982**). La cantidad de difusión es proporcional a la interacción entre los términos cinemáticos y dinámicos de la ecuación de movimiento. La falta de términos cinemáticos da como resultado una difusión cero, representada por las curvas hacia el extremo derecho de la Fig. 2. Por el contrario, la falta de términos dinámicos también da como resultado una difusión cero, representada por la curva en el extremo izquierdo de la Fig. 2.

7. ONDAS MIXTAS

En esta sección tratamos el otro tipo de onda que queda: la onda cinemática-dinámica mixta, para abreviar, la onda "mixta" del flujo inestable en canales abiertos. Dado que, por definición, esta onda presenta componentes tanto cinemáticos como dinámicos en cantidades comparables, se concluye que debe ser fuertemente difusiva.

La respuesta a esta pregunta es ¡Claro que sí! De hecho, la onda cinemático-dinámica mixta es *muy fuertemente difusiva*. Es más, ¡es la más difusiva de todas las ondas consideradas en este trabajo!

Ante este hecho, la pregunta que persiste es la de si la onda mixta puede ser interpretada como una onda de inundación o no. Para responder con precisión, recurrimos una vez más al esclarecedor trabajo de Ponce y Simons (1977) y a su cálculo analítico de las funciones de celeridad y atenuación para todo tipo de ondas en aguas poco profundas. Las cantidades de atenuación de las olas calculadas por Ponce y Simons (ver detalle en el Cuadro A) se representan en la Fig. 3 y se complementan con la Tabla 2.

Cuadro A. El decremento logarítmico δ .

El decremento logarítmico δ define la cantidad de atenuación de la onda (la reducción en la amplitud A) experimentada por una perturbación sinusoidal en el tiempo transcurrido desde el tiempo $t = 0$ hasta $t = 1$, es decir, transcurrido un período de propagación. En otras palabras: $A_1 = A_0 e^{\delta}$. El decremento logarítmico es una forma conveniente de analizar y comparar las cantidades de atenuación de las ondas. Para explicarlo matemáticamente, citamos aquí directamente la fuente original (**Ponce y Simons, 1977, página 1464**):

- The wave attenuation follows an exponential law in which the amplitude at a given time t is equal to the initial amplitude at time t_0 multiplied by $(e^{\beta_{*I} t_*})$, in which $t_* = (t - t_0) u_0 / L_0$.
- When comparing wave amplitudes after one propagation period, $t_* = T u_0 / L_0$, or likewise, $t_* = 2 \pi / |\beta_{*R}|$. Thus, [added here for clarity] the logarithmic decrement δ is defined as $\delta = \beta_{*I} T u_0 / L_0$, or $\delta = 2 \pi \beta_{*I} / |\beta_{*R}|$.
- The value of δ is a measure of the rate at which the unsteady component of the motion changes upon propagation. For δ positive, amplification (i.e., a logarithmic *increment*) sets in; for δ negative, the motion attenuates and dies away (i.e., a logarithmic *decrement*).

Dentro del rango σ_* mostrado en la Fig. 3, para flujos subcríticos ($F < 1$), para los cuales la atenuación es más fuerte (mayores valores de δ), se ve que el decremento logarítmico varía desde un mínimo de $\delta = 0.0021$ para $\sigma_* = 0.001$ (Tabla 2, Línea 1), hasta un máximo (un valor pico) de $\delta = 180$ para $\sigma_* = 90$ (Tabla 2, Línea 6).

La Tabla 2, Línea 0 (resaltada con fondo amarillo) muestra una cantidad muy pequeña de atenuación de onda, 0,02% o 0,0002, asociada con un valor muy bajo de decremento logarítmico $\delta = 0,00021$ correspondiente a $\sigma_* = 0,0001$, el cual se encuentra fuera del rango desplegado en la Fig. 3.

La Tabla 2, Línea 3a (con fondo amarillo) representa intencionalmente una atenuación de onda de 0,3 (Col. 4), es decir, una caída del 30% de la amplitud de la onda, un valor umbral considerado como la división entre las ondas difusivas (menor o igual al 30% de atenuación) y las ondas mixtas (más del 30% de atenuación) (Natural Environment Research Council, 1975). Este umbral corresponde a un

valor de $\sigma_* = 0,17$.

La Tabla 2, Línea 4a (con fondo amarillo) representa intencionalmente una atenuación de onda de **0,99** (Col. 4), es decir, una caída del 99% de la amplitud de la onda, ¡un valor de atenuación que casi borra la onda por completo! Esta cantidad de atenuación corresponde a un valor de $\sigma_* = 2$.

La Tabla 2, Línea 5a (con fondo amarillo) representa intencionadamente una atenuación de onda de 1,0 (Col. 4), es decir, una caída del 100 % de la amplitud de la onda, ¡un valor de atenuación que borra la onda por completo! Esta cantidad de atenuación corresponde a un valor de $\sigma_* = 90$.

En la Tabla 2, Col. 5 se muestran los tipos de onda indicados, desde la onda cinemática, con atenuación muy pequeña (0,0002), hasta la onda difusiva, con atenuación pequeña a media (0,0021 a 0,1894), hasta la onda mixta, con atenuación grande a muy grande (0,3 a 0,9999). En la Tabla 2, las Líneas 5 y 5a representan una ola inexistente; la onda ha desaparecido por completo y su masa pasa a formar parte del flujo subyacente.

Tabla 2. Cantidades de atenuación de onda en el espectro de números de onda adimensionales ($\sigma_* \leq 90$).					
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
No.	Número de onda adimensional σ_*	Decremento logarítmico δ	e^δ	Atenuación $A = (1 - e^\delta)$	Tipo de onda
0	0.0001	0.00021	0.9998	0.0002	Cinemática
1	0.001	0.0021	0.9979	0.0021	Cinemática a difusiva
2	0.01	0.021	0.9792	0.0208	Difusiva
3	0.1	0.21	0.8106	0.1894	Difusiva
3a	0.17	0.357	0.7	0.3	Difusiva a mixta
4	1.	2.1	0.1224	0.8776	Mixta
4a	2.	4.6	0.01	0.99	Mixta
5	10.	21.	0.	1.0	No existente
5a	90.	180.	0.	1.0	No existente

Dado que la atenuación de la onda es $A = (1 - e^\delta)$ (Tabla 2, Col. 5), los resultados de la Tabla 2 conducen a las siguientes ondas y sus rangos correspondientes:

- **Ondas cinemáticas:** $\sigma_* \leq 0.001$; $A \leq 0.0021$
- **Ondas difusivas:** $0.001 < \sigma_* \leq 0.17$; $0.0021 \leq A \leq 0.3$
- **Ondas mixtas:** $0.17 < \sigma_* \leq 2$; $0.3 \leq A \leq 0.99$

■ Ondas inexistentes: $0_* > 2$, $A = 1$.

Concluimos que la mayoría, si no todas, las ondas mixtas habrían perdido efectivamente toda su fuerza en la mayoría de los casos de interés práctico. Pierden su fuerza rápidamente debido a su naturaleza altamente difusiva, esta última debido a la competencia entre términos cinemáticos y dinámicos (léase fuerzas) comparables en tamaño. De ello se deduce que las ondas mixtas carecen de una propiedad básica de una onda de inundación, a saber, su permanencia, que se caracteriza por una atenuación (difusión) leve o muy leve. Por lo tanto, sostenemos que, en general, las ondas mixtas no pueden interpretarse como ondas de inundación.

8. ONDAS DE INUNDACIÓN POR ROTURA DE PRESA

Toda regla tiene una excepción. En la sección anterior (Sección 7), presentamos una justificación matemática elaborada de por qué la onda mixta no es probable que se aplique al caso de una inundación general, es decir, una que está sujeta a muy poca o ninguna atenuación. Sin embargo, existe una ola de inundación en particular que puede difundirse apreciablemente. Éste es el caso de una onda de inundación causada por la rotura de una presa.

Normalmente, la onda de inundación producida por la ruptura de una presa de tierra dura aproximadamente 3 horas, lo cual la hace un candidato seguro para una fuerte difusión de la onda. Un ejemplo de ello: De 24 fallas de represas en los Estados Unidos documentadas por [Taher-Shamsi et al. \(2003\)](#), 17 de ellos fallaron en 3 horas o menos.

Estas ondas de inundación (Fig. 4) tienden a caer en la categoría de ondas mixtas o, como mínimo, ser una onda de difusión fuertemente difusiva, con una atenuación $A \cong 0.3$ (consulte la Tabla 2, Línea 3a). Afortunadamente para todos, los casos de rotura de presas son raros.



WaterArchives.org

Fig. 4 Falla de la presa Teton, en el río Teton, al este de Idaho, el 5 de junio de 1976. Posiblemente se trate de un caso raro de una onda mixta cinemático-dinámica.

9. MODELACION DE ONDAS DE INUNDACION

Esta sección detalla formas de modelar ondas de inundación. Se busca responder a la pregunta: Ahora que elegí un tipo de onda, ¿Cómo debo proceder? ¿Qué herramienta real debería utilizar en una situación práctica? Esta sección se divide en tres partes: (1) ondas cinemáticas, (2) ondas difusivas, y (3) ondas mixtas. Las ondas dinámicas clásicas de Lagrange (véase la Sección 6) quedan fuera del alcance de esta sección.

Ondas cinemáticas

El modelado de ondas cinemáticas se puede realizar de dos maneras. La primera es darse cuenta de que una onda cinemática verdadera no se atenúa; por lo tanto, la difusión está fuera de discusión. Sin embargo, en realidad la onda se traslada aguas abajo con una cierta celeridad, y esa velocidad está sujeta a cálculo. De hecho, esa velocidad es la celeridad de Seddon, que establece que la velocidad de una onda de inundación en una sección transversal dada es igual a la pendiente de la curva de gasto (dQ/dy) dividida por el ancho superior de la corriente (T) (Ponce, 2014b: Ec. 10-60). Además, una forma alternativa, más simple, de expresar la celeridad de Seddon es: $c = \beta u$, en la que u = velocidad media del flujo, y β es el exponente de la curva de gasto caudal-area ($Q = \alpha A^\beta$) (Ponce, 2014b: Ecs. 10-52 y 10-58).

La simplicidad de la celeridad de Seddon es notable, ya que proporciona una herramienta inmediata para evaluar el movimiento de las inundaciones con un mínimo de esfuerzo. El **Cuadro B** describe un ejemplo de la aplicación del concepto.

Cuadro B. Longitud de la onda de inundación en el río Alto Paraguay en Porto Murtinho, Mato Grosso do Sul, Brasil.

El cálculo que se presenta aquí permite una reflexión sobre el tamaño máximo posible de una onda de inundación. El cálculo no pretende ser exacto; se presenta aquí sólo como referencia general sobre la naturaleza de las inundaciones en grandes ríos tropicales.

El objetivo es calcular la longitud de la onda de inundación en el río Alto Paraguay en Porto Murtinho, Mato Grosso do Sul, Brasil. Este sitio presenta el período de onda de inundación más largo posible, estimado en un (1) año. El valle es el del Pantanal de Mato Grosso, que está totalmente contenido en el centro oeste de Brasil y la vecina Bolivia oriental. La distancia a lo largo del río es de 1.266 km, medida desde aguas arriba en Cáceres, Mato Grosso, hasta aguas abajo en Porto Murtinho, Mato Grosso do Sul (Ponce, 1995).

- Período de la onda de inundación: $T = 365 \text{ d} \times (86,400 \text{ s/d}) = 31,536,000 \text{ s}$
- Velocidad de la corriente (medida): $u = 0.1 \text{ m/s}$
- Exponente de la curva de gasto (valor estimado): $\beta = 5/3$
- Celeridad de la onda de inundación: $c = \beta u = (5/3) \times 0.1 = 0.167 \text{ m/s}$
- Longitud de la onda: $L = cT = (0.167 \text{ m/s}) \times (31,536,000 \text{ s}) = 5,266,512 \text{ m}$
- **Longitud de la onda de inundación en Porto Murtinho: $L = 5,266 \text{ km}$.**



Fig. 5 Río Alto Paraguay en Porto Murtinho, Mato Grosso do Sul, Brasil, el cual normalmente experimenta un hidrograma de crecida que suele durar un año.

La segunda forma de modelar ondas cinemáticas es utilizar un modelo numérico, varios de los cuales existen en diferentes formas, en la literatura. Estos modelos, sin embargo, adolecen del siguiente enigma: Cómo modelar numéricamente una onda cinemática sin introducir una cierta cantidad de difusión numérica asociada con el tamaño finito de la malla? [Téngase en cuenta que se supone que una onda cinemática propiamente dicha no tiene difusión; Ver Sección 4]. La difusión en cuestión no está controlada; su existencia puede confirmarse ejecutando el modelo para dos resoluciones de cuadrícula diferentes. Este ejercicio dará como resultado invariablemente dos respuestas diferentes, lo que plantea la pregunta de cuál es la solución correcta (**Ponce, 1986**).

No parece haber salida a esta dificultad. En este punto, lo mejor que se puede afirmar es que, para una resolución de cuadrícula suficientemente fina, la difusión numérica debería reducirse hasta donde pueda no ser de gran importancia en una aplicación práctica determinada.

Ondas difusivas

A diferencia de las ondas cinemáticas, que se rigen por una ecuación diferencial de primer orden, la cual describe únicamente convección, las ondas de difusión se rigen por una ecuación de segundo orden, la cual describe convección y difusión. Hayami (1951) fue pionero en el desarrollo de la teoría de las ondas de difusión al combinar las ecuaciones de continuidad y movimiento, excluyendo los términos de inercia (Tabla 1, Línea 2), en una ecuación de convección-difusión de segundo orden. Esta metodología ha sido ampliamente referida en la literatura como la analogía de difusión de Hayami (**Ponce, 2014a**). En el modelado de ondas de inundación, la solución numérica de la ecuación de convección-difusión de segundo orden proporciona una solución de onda difusiva.

Cunge (1969) desarrolló una alternativa conveniente y práctica al enfoque de Hayami, resolviendo numéricamente la ecuación de onda cinemática de primer orden, al mismo tiempo relacionando la cantidad de difusión numérica producida por el tamaño finito de la malla con la difusión física real de la ecuación de convección-difusión de Hayami. Cunge observó que su metodología de enrutamiento de

inundaciones se parecía al método clásico de Muskingum (1938), citado por Chow (1959). Sin embargo, lo más importante es que Cunge pudo vincular la difusión numérica del propio esquema con la difusión física de la onda de inundación en cuestión, haciendo así que el resultado sea esencialmente independiente de la malla! Este último método ha sido ampliamente referido como el método Muskingum-Cunge (Natural Environment Research Council, 1975; **Ponce and Yevjevich, 1978**).

La característica reconocida de independencia de la malla diferencia el método Muskingum-Cunge de las soluciones numéricas existentes de ondas cinemáticas, las cuales sufren de dependencia del tamaño la malla. Dado que la solución de la ecuación de la onda de difusión contiene, es decir, abarca la solución de la ecuación de la onda cinemática, el procedimiento de Cunge reemplaza tanto la solución de segundo orden de Hayami como la solución de primer orden de la onda cinemática convencional, la cual es dependiente de la malla. Por lo tanto, el método Muskingum-Cunge es el más apropiado para modelar numéricamente las ondas de inundación, con una expectativa razonable de precisión, ya que la solución es, para todos los propósitos prácticos, de segundo orden (**Cunge, 1969**; **Ponce y Yevjevich, 1978**).

Ondas mixtas

Las ondas mixtas comprenden todos los términos de las ecuaciones que rigen la continuidad y el movimiento del agua, es decir, las ecuaciones de St. Venant (Tabla 1, Línea 3). La inclusión de los términos de inercia es ciertamente contundente, pero no está exenta de condiciones. La onda resultante es dinámica, característicamente de segundo orden, por lo que presenta *dos ondas componentes*, que viajan en diferentes direcciones, una aguas arriba y otra aguas abajo en flujo subcrítico, y en la misma dirección (aguas abajo) en flujo supercrítico. La existencia de dos soluciones obstaculiza el propósito declarado del enrutamiento de inundaciones, que aparentemente es calcular la propagación de la onda primaria, es decir, específicamente la que viaja aguas abajo.

Otro obstáculo importante es que la solución numérica de las ecuaciones completas de St. Venant representa un aumento de un orden de magnitud en la complejidad en la formulación y el rendimiento real del esquema numérico elegido para modelar las ecuaciones completas. Un esquema que parece ser ampliamente favorecido es el esquema de Preissmann (**Ponce et al., 1978**). Teóricamente, este esquema debería proporcionar una precisión de segundo orden, si sólo sus elementos (es decir, las derivadas temporal y espacial) están perfectamente centrados dentro del cuadro, con un factor de ponderación $\theta = 0,5$. En la práctica, sin embargo, la ponderación central del esquema de Preissmann no funciona, pues conduce a fuertes inestabilidades numéricas, las que eventualmente lo hacen inoperable. Una forma conveniente de manejar este problema ha sido utilizar $\theta > 0,5$, normalmente en el rango 0,55-0,60, con el fin de estabilizar el esquema, introduciendo una cierta cantidad de difusión numérica para controlar el cálculo. Valores mayores de θ , en el rango de 0,6 a 1,0, proporcionan cantidades cada vez mayores de difusión numérica, pero esto siempre se produce a expensas de una creciente falta de convergencia (Fig. 6). Por consiguiente, la metodología se degrada a primer orden, comprometiendo la ventaja original basada en el uso de un modelo completo de "onda dinámica", es decir, el modelo de onda mixta.

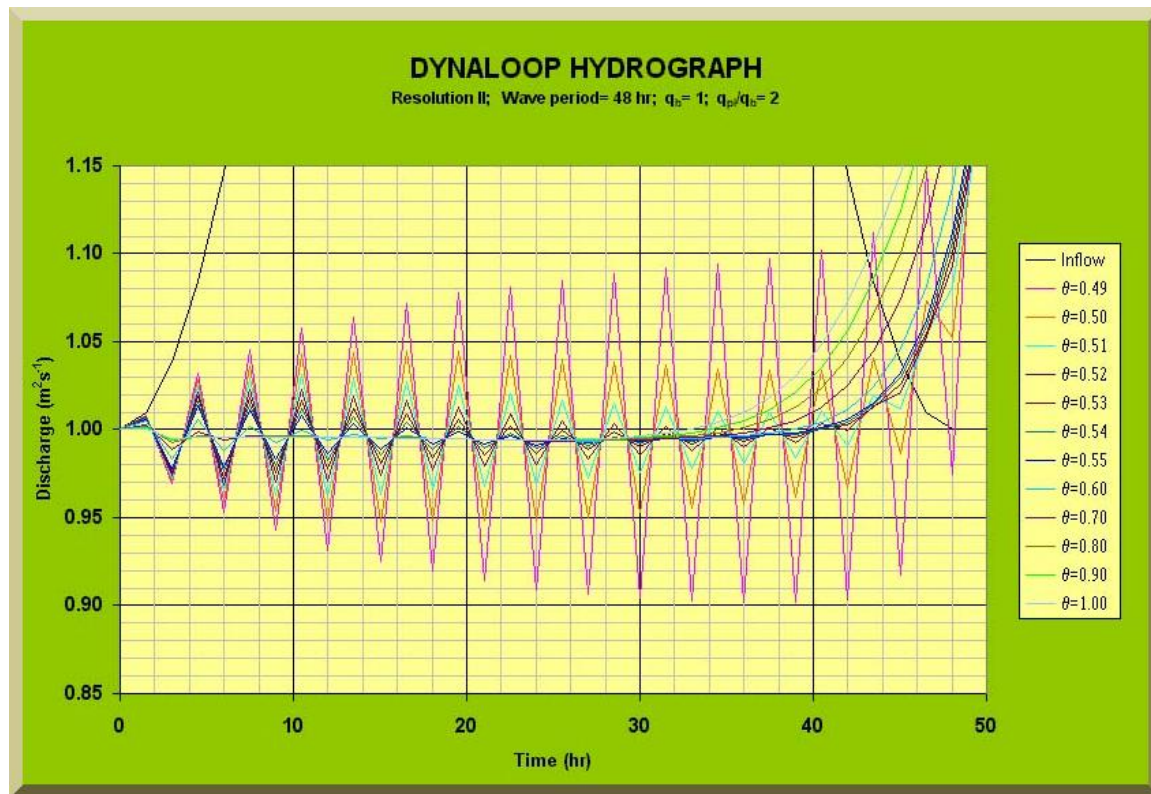


Fig. 6 Inestabilidad numérica generada por el uso del esquema de Preissmann con una onda de inundación sinusoidal, con el factor de ponderación variando en el rango 0,49-1,0. La entrada del hidrograma se muestra parcialmente en color negro, mientras que la salida en el borde anterior del hidrograma se muestra en colores que varían con θ . Téngase en cuenta que si bien las oscilaciones en la base disminuyen con un aumento en θ , mejorando así la estabilidad, este aumento conduce a un pico de salida del hidrograma más rápido (la tendencia se muestra sólo en el aumento del hidrograma de salida), lo que muestra la creciente falta de convergencia.

Otro problema importante en la solución numérica de las ecuaciones de St. Venant es que el modelo requiere una condición de frontera aguas abajo para operar. Este hecho fue identificado tempranamente por **Abbott (1976): Extract, Page 276**, como una verdadera limitación, aunque los defensores posteriores de la metodología aparentemente no prestaron la debida atención a esta deficiencia. Por naturaleza, el método genera curvas de gasto en bucle (léase histéresis) en puntos computacionales internos, lo que obliga a especificar también una clasificación en bucle en la frontera aguas abajo. Claramente, este último requisito equivale a "conocer la solución de antemano". Una salida conveniente a esta dificultad ha sido especificar una curva de gasto única en la frontera aguas abajo y esperar que el problema se resuelva solo. Sin embargo, este procedimiento, si bien es conveniente porque ayuda a resolver el enigma, constituye una prueba más de por qué la metodología no está a la altura de las expectativas. La sensación de "¿La ola es dinámica o no?" sigue acechando a quienes continúan mostrando confianza en el procedimiento.

Señalamos que los comentarios de esta subsección excluyen explícitamente el software del gobierno de EE. UU., referido como Sistema de Análisis de Ríos del Cuerpo de Ingenieros del Ejército de EE. UU., ampliamente conocido como HEC-RAS (**Wikipedia: HEC-RAS**). Este software hidráulico presenta, como uno de sus diversos componentes, un modelo numérico de las ecuaciones de St. Venant utilizando un esquema implícito de diferencias finitas. Herramientas como HEC-RAS siguen siendo populares en la práctica porque cuentan con el apoyo del gobierno federal, mientras que otras consideraciones son usualmente de naturaleza secundaria.

En resumen, a estas alturas debe ser evidente que la onda mixta no es lo que sus usuarios tenían en mente originalmente. Se ha demostrado en forma fehaciente que la onda mixta está plagada de dificultades, la menor de ellas es saber si dicha onda está ahí o no para que podamos calcularla. Más comúnmente, el modelador enfrentará otros problemas, tanto de naturaleza numérica como física, los cuales tendrán el efecto neto de generar dudas sobre la precisión y practicidad del procedimiento.

10. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

Hemos analizado las propiedades de celeridad y atenuación de cuatro tipos de ondas de aguas poco profundas actualmente utilizadas en ingeniería hidráulica: (1) cinemáticas, (2) difusivas, (3) mixtas, y (4) dinámicas. Las ondas cinemáticas son masivas (léase "grandes") y de hecho no difusivas. Las ondas difusivas son masivas y difusivas. Las ondas mixtas son de tamaño relativamente mediano (véanse las figuras 2 y 3) y se puede demostrar que son fuertemente difusivas, mientras que las ondas dinámicas de Lagrange son pequeñas y no difusivas. Los dos primeros tipos de ondas, cinemáticas y difusivas, debido a su gran tamaño y su demostrada permanencia, pueden interpretarse como ondas típicas de inundación. El cuarto tipo, la onda dinámica de Lagrange, es usualmente demasiado pequeña para ser considerada una onda de inundación.

Hemos tratado de responder a la pregunta de si la onda mixta es generalmente demasiado difusiva para ser considerada una onda de inundación práctica. La respuesta es ¡Sí! En la gran mayoría de los casos, es posible que las ondas mixtas no estén ahí para que las calculemos. Su típico tamaño mediano les obliga a atenuarse muy rápidamente, y su masa se une eventualmente a la onda cinemática o difusiva subyacente, la cual continúa creciendo tanto en tamaño como en permanencia a medida que se propaga aguas abajo.

Téngase en cuenta que sólo en el caso extremadamente inusual de una onda de inundación que resulte de la rotura de una presa podríamos enfrentarnos al caso de una onda mixta. Una onda de inundación que rompe una presa es característicamente repentina, preparada por la Naturaleza para constituir una onda mixta, un tipo inusual de onda de inundación [La experiencia de la falla de la presa de Teton (Fig. 4) es un ejemplo de ello]. Los profesionales encargados de pronosticar o pronosticar retrospectivamente una ola de inundación tras la rotura de una presa estarían interesados en tener esto en cuenta. Para todas las demás aplicaciones de enrutamiento de ondas de inundaciones, las ondas cinemáticas y difusivas deben hacer el trabajo de manera directa y precisa.

En particular, dado que una onda de difusión en realidad calculará la difusión, incluido el caso de difusión cero, se deduce que la solución de una onda de difusión abarca la solución de una onda cinemática. Por lo tanto, la onda de difusión se postula como la onda de inundación recomendada, es decir, el tipo de onda generalmente indicada para su uso en aplicaciones prácticas de enrutamiento, y otras aplicaciones en análisis y diseño.

11. PALABRAS FINALES

En general, las ondas cinemáticas-dinámicas mixtas, aquí denominadas simplemente "ondas mixtas", y que en otros lugares se han denominado ampliamente, postulamos aquí, de manera inexacta, "ondas dinámicas", de hecho no son lo suficientemente grandes ni lo suficientemente permanentes

como para constituir verdaderas ondas de inundación. Un nutrido conjunto de teoría y experiencia confirma este hecho. Por otro lado, las ondas cinemáticas y sus primas cercanas, las ondas difusivas, suelen presentar una gran masa y son característicamente no difusivas, es decir, no se atenúan, o se atenúan sólo una cantidad muy pequeña; por lo tanto, tienden a ser modelos ideales de ondas de inundación. Dado que la solución numérica de una onda difusiva generalmente comprende la de una onda cinemática, la onda difusiva puede considerarse como la forma más apropiada de modelar ondas de inundación.

REFERENCIAS

- Abbott, M. B. 1976. **Computational hydraulics: A short pathology: Extract: Page 276.** *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 14, No. 4, 271-285.
- Chow, V. T. 1959. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill, New York, NY.
- Cunge, J. A. 1969. **On the Subject of a Flood Propagation Computation Method (Muskingum Method).** *Journal of Hydraulic Research*, 7(2), 205-230.
- Fread, D. L. 1985. "Channel Routing," in *Hydrological Forecasting*, M. G. Anderson y T. P. Burt, eds., Wiley, New York.
- Hayami, I. 1951. **On the propagation of flood waves.** *Bulletin, Disaster Prevention Research Institute*, No. 1, Diciembre.
- HEC-RAS. **Hydrologic Engineering Center River Analysis System**, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California. Wikipedia citation (consultada el 15 de mayo de 2024).
- Lagrange, J. L. de. 1788. *Mécanique analytique*, Paris, part 2, section II, article 2, 192.
- Lighthill, M. J. and G. B. Whitham. 1955. **On kinematic waves. I. Flood movement in long rivers.** *Proceedings, Royal Society of London, Series A*, 229, 281-316.
- McCarthy, G.T. 1938. "The Unit Hydrograph and Flood Routing," unpublished manuscript, presented at a Conference of the North Atlantic Division, U.S. Army Corps of Engineers, June 24. (Citado por el texto de V. T. Chow "Open-channel Hydraulics," página 607).
- Natural Environment Research Council. 1975. *Flood Studies Report*, Vol. III: Flood Routing Studies, Londres, Inglaterra.
- Ponce, V. M. and D. B. Simons. 1977. **Shallow wave propagation in open channel flow.** *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 103(12), 1461-1476.
- Ponce, V. M. and V. Yevjevich. 1978. **Muskingum-Cunge Method with Variable Parameters.** *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 104(12), December, 1663-1667.
- Ponce, V. M., H. Indlekofer, and D. B. Simons. 1978. **Convergence of four-point implicit water wave models.** *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 104(7), July, 947-958.
- Ponce, V. M. 1982. **Nature of wave attenuation in open-channel flow.** *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 108(HY12), February, 257-262.
- Ponce, V. M. and D. Windingland. 1985. **Kinematic shock: Sensitivity analysis.** *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 111(4), April, 600-611.
- Ponce, V. M. 1986. **Diffusion wave modeling of catchment dynamics.** *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(8), August, 716-727.
- Ponce, V. M. 1995. **Hydrologic and environmental impact of the Parana-Paraguay waterway on the Pantanal of Mato Grosso, Brazil.** https://ponce.sdsu.edu/hydrologic_and_environmental_impact_of_the_parana_paraguay_waterway.html
- Ponce, V. M. 2014a. **Engineering Hydrology: Principles and Practices.** Texto en línea. <https://ton.sdsu.edu/enghydro/index.html>
- Ponce, V. M. 2014b. **Fundamentals of Open-channel Hydraulics.** Texto en línea. <https://ton.sdsu.edu/openchannel/index.html>

Ponce, V. M. 2024. **La onda cinemática desmitificada**. Publicación en línea.
https://ponce.sdsu.edu/la_onda_cinematica_desmitificada.html

Seddon, J. A. 1900. **River Hydraulics**. *Transactions, American Society of Civil Engineers*, Vol. XLIII, 179-243, June; Extracto: páginas 218-223.

Taher-Shamsi, A., A. V. Shetty, y V. M. Ponce. 2003. **Embankment dam breaching: Geometry and peak outflow characteristics**. Documento en línea. En Español:
https://ponce.sdsu.edu/geometria_y_caracteristicas_del_caudal_pico_de_salida.html

Wylie, C. R. 1966. *Advanced Engineering Mathematics*, 3rd ed., McGraw-Hill Book Co., Nueva York.

240827 06:40