

DISPERSIÓN EN EL TRÁNSITO DE AVENIDAS

Víctor M. Ponce¹

¹ Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad Estatal de San Diego, California, EE.UU., poncevm@gmail.com

Resumen

Se utiliza una ecuación diferencial de tercer orden, de convección-difusión-dispersión, para el cálculo del tránsito de avenidas (Ferrick y otros, 1984) como base para el desarrollo de una ecuación adimensional de convección-difusión-dispersión. Esta ecuación revela que sus tres coeficientes son funciones únicamente de los números de Froude y Vedernikov, los dos pilares conceptuales del flujo no permanente en canales abiertos. El programa ONLINEDISPERSIVITY se utiliza para determinar el orden de magnitud de los coeficientes de difusión y dispersión.

Introducción

El enrutamiento de una inundación consiste del cálculo del movimiento de una onda de avenida (crecida) en el espacio y en el tiempo a lo largo de una corriente, río o canal. Las ecuaciones que rigen este proceso son las de conservación de la masa y del momento, conocidas como las ecuaciones de Saint-Venant (1871) (Chow, 1959). La solución conjunta de estas ecuaciones da como resultado una onda cinemático-dinámica mixta.

La confirmación de que la contribución del término de inercia suele ser mínima llevó a Hayami (1951) a simplificar el problema del tránsito de avenidas combinando el conjunto de las dos ecuaciones de gobierno en una sola, con el espacio x y el tiempo t como variables independientes, y el caudal Q como variable dependiente. A esta ecuación se la denomina ecuación de convección-difusión.

Ferrick y otros (1984) añadieron otro término a la ecuación de convección-difusión, creando así un tercer término, al que denominaron de *dispersión*. Así surgió la ecuación de convección-difusión-dispersión para el tránsito de avenidas. El trabajo de Ferrick fue mejorado por Ponce (2020), quien expresó la ecuación de convección-difusión-dispersión en forma adimensional. Además, Ponce expresó los coeficientes de la ecuación adimensional únicamente en términos de los números de Froude y Vedernikov, confirmando la sólida base teórica del flujo no permanente en canales abiertos (Ponce, 2023).

Tabla 1. Ecuación diferencial de convección-difusión-dispersión.

<i>Ecuación</i>	$Q_t + c Q_x = v Q_{xx} + \eta Q_{xxx}$	(1)
<i>Coefficiente de convección</i>	$c = \left(1 + \frac{V}{F} \right) u_o$	(2)
<i>Coefficiente de difusión</i>	$v = \frac{L_o}{2} u_o (1 - V^2)$	(3)
<i>Coefficiente de dispersión</i>	$\eta = \left(\frac{L_o}{2} \right)^2 u_o (1 - V^2) F^2$	(4)
Definición de variables. Q = descarga, o caudal; A = área de flujo; x = variable espacio; t = variable tiempo; g = aceleración de la gravedad; α = coeficiente de la curva de gasto descarga-área de flujo $Q = \alpha A^\beta$; β = exponente de la curva de gasto descarga-área de flujo $Q = \alpha A^\beta$; u_o = velocidad media; y_o = profundidad de flujo; S_o = pendiente de fondo del canal; L_o = longitud de referencia del canal = y_o / S_o ; F = número de Froude = $u_o / (g y_o)^{1/2}$; V = número de Vedernikov = $(\beta - 1) F$.		

Ecuación de convección-difusión-dispersión

La Tabla 1, Ecuación 1, muestra la ecuación de convección-difusión-dispersión. El coeficiente de convección es la celeridad de Seddon, conocida como la celeridad de la onda cinemática (Seddon, 1900). El coeficiente de difusión es la difusividad de Hayami (Hayami, 1951). El coeficiente de dispersión es la dispersividad de Ferrick (Ferrick y otros, 1984; Ponce, 2020).

Ecuación adimensional de convección-difusión-dispersión

La Tabla 2, Ecuación 5, muestra la ecuación diferencial adimensional de convección-difusión-dispersión de las ondas de avenida (Ponce, 2020). Para lograr la adimensionalización, hemos utilizado la longitud de referencia del canal L_o , definida como la distancia en la que el flujo pierde una carga igual a su profundidad (ver penúltima línea en la Tabla 1) (Lighthill y Whitham, 1955; Ponce y Simons, 1977). Se muestra que los tres coeficientes adimensionales (Ecs, 6, 7, y 8) son funciones únicamente de los números de Froude y Vedernikov.

Epílogo

Una ecuación diferencial parcial de tercer orden, de convección-difusión-dispersión de caudales de avenida (Ferrick y otros, 1984), se utiliza como base para el desarrollo de una ecuación adimensional de convección-difusión-dispersión. Esta ecuación revela que sus tres coeficientes son funciones únicamente de los números de Froude y Vedernikov, reconocidos como los dos pilares del flujo unidimensional no permanente en canales abiertos. El programa ONLINEDISPERSIVITY (<https://ponce.sdsu.edu/onlinedispersivity.php>) establece el orden de magnitud de la difusión (segundo orden) y la dispersión (tercer orden) en el flujo no permanente en canales abiertos.

Referencias

Chow, V. T. 1959. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill, Inc, New York, NY.

Ferrick, M. G., J. Bilmes, y S. E. Long. 1984. Modeling rapidly varied flow in tailwaters. *Water Resources Research*, 20 (2), 271-289.

Hayami, I. 1951. On the propagation of flood waves. *Bulletin, Disaster Prevention Research Institute*, No. 1, December.

Tabla 2. Ecuación diferencial adimensional de convección-difusión-dispersión.

Ecuación	$Q_t' + c' Q_{x'} = v' Q_{x'x'} + \eta' Q_{x'x'x'}$	(5)
Coeficiente adimensional de convección	$c' = 1 + \frac{V}{F}$	(6)
Coeficiente adimensional de difusión	$v' = \frac{1}{2} (1 - V^2)$	(7)
Coeficiente adimensional de dispersión	$\eta' = \frac{1}{4} (1 - V^2) F^2$	(8)
Definición de variables. x' = espacio adimensional = x / L_o ; t' = tiempo adimensional = $t (u_o / L_o)$.		

Lighthill, M. J. y G. B. Whitham. 1955. On kinematic waves. I. Flood movement in long rivers. *Proceedings, Royal Society of London, Series A*, 229, 281-316.

Ponce, V. M. y D. B. Simons. 1977. Shallow wave propagation in open channel flow. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 103(12), December, 1461-1476.

Ponce, V. M. 2020. A dimensionless convection-diffusion-dispersion equation of flood waves. *Artículo en línea*. ponce.sdsu.edu/dimensionless_convection_diffusion_dispersion_equation.html

Ponce, V. M. 2023. Los estados de flujo. *Artículo en línea*. ponce.sdsu.edu/estados_de_flujo.html

Seddon, J. A. 1900. River hydraulics. *Transactions, ASCE*, Vol. XLIII, 179-243, June.